Bebras PT

Edição 2023

Categoria
Juniores (9º e 10º ano de escolaridade)

Tempo
45 minutos

Resolve tantos problemas quanto possível em 45 minutos.

Não é esperado que consigas resolver todos!

Responde apenas na folha de respostas.

É uma folha única, à parte, que deverás identificar com o teu nome.

Os enunciados e folhas de rascunho devem ser obrigatoriamente recolhidos no final da prova.

TREETREE2 FACULDADE DE CIÊNCIAS UNIVERSIDADE DO PORTO Deloitte. FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN

O **Bebras** é uma iniciativa internacional destinada a promover o pensamento computacional e a Informática (Ciência de Computadores). Foi desenhado para motivar alunos de todas as idades mesmo que não tenham experiência prévia.

Esta iniciativa começou em 2004 na Lituânia e todos os anos participam mais de 3 milhões de aluno de todo o mundo. O seu nome original vem dessa origem - "bebras" significa "castor" em lituano. A comunidade internacional adotou esse nome, porque os castores buscam a perfeição no seu dia-a-dia e são conhecidos por serem muito trabalhadores e inteligentes.

O que é o Pensamento Computacional?

O pensamento computacional é um conjunto de técnicas de resolução de problemas que envolve a maneira de expressar um problema e a sua solução de modo a que um computador (seja um humano ou máquina) a possa executar. É muito mais do que simplesmente saber programar. O desafio do Bebras promove precisamente este tipo de habilidades e conceitos como a capacidade de partir um problema complexo em problemas mais simples, o desenho de algoritmos, o reconhecimento de padrões ou a capacidade de generalizar e abstrair.

Organização Portuguesa

O Bebras começou em **Portugal** em 2019 e ano passado contou com a participação de mais de 70 mil estudantes de cerca de 500 escolas de todo o país.

É organizado por uma equipa de pessoas ligadas à Educação e à Ciência de Computadores da **TreeTree2** e do Departamento de Ciência de Computadores da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (**DCC/FCUP**)

Estrutura da Prova

Existe apenas uma fase a nível nacional, a qual é constituída por uma prova individual com 12 questões de três níveis de dificuldade diferentes, cuja pontuação é da seguinte forma:

Dificuldade	Correto	Incorreto	Não respondido
fácil	+6 pontos	-2 pontos	0 pontos
média	+9 pontos	-3 pontos	0 pontos
difícil	+12 pontos	-4 pontos	0 pontos

Sobre os Problemas

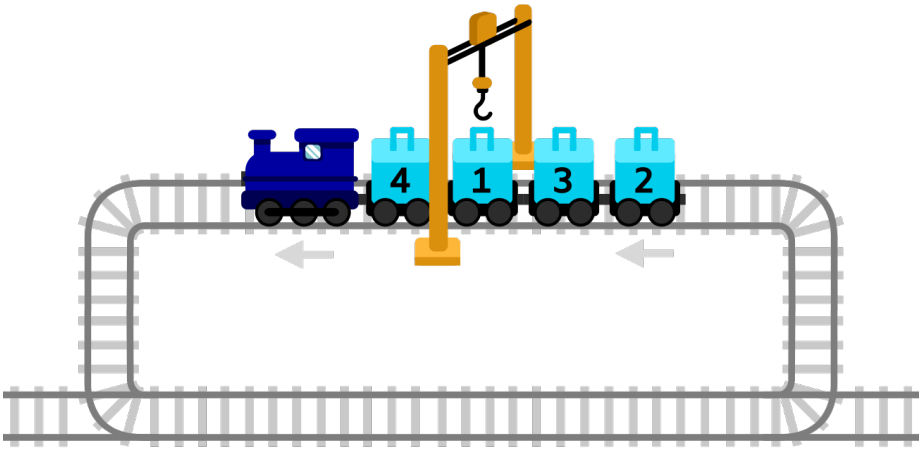
Os problemas da edição portuguesa foram escolhidos, traduzidos e adaptados pela organização portuguesa. Para a deste ano foram usados problemas com autores originários dos seguintes países:

- Arábia Saudita
- Canadá
- Chéquia
- China
- Eslováquia
- Estados Unidos
- Filipinas
- Hungria
- Índia
- Irlanda
- Itália
- Japão
- Lituânia
- Nova Zelândia
- Paquistão
- Perú
- Portugal
- Suiça
- Taiwan
- Turquia
- Uruguai
- Vietname

1. Descargas

Um comboio de mercadorias tem várias carruagens, cada um com uma caixa numerada. Uma única grua é utilizada para descarregar. A grua está numa posição fixa. Para descarregar uma caixa, esta tem de ser posicionada diretamente por baixo da grua.

As caixas têm de ser descarregadas por ordem crescente a partir da caixa 1. O comboio só pode deslocar-se para a frente. Está numa via circular, pelo que pode dar a volta à via e regressar para que mais caixas possam ser descarregadas pela grua.



No exemplo acima, as caixas têm de ser descarregadas na sequência 1, 2, 3, 4.

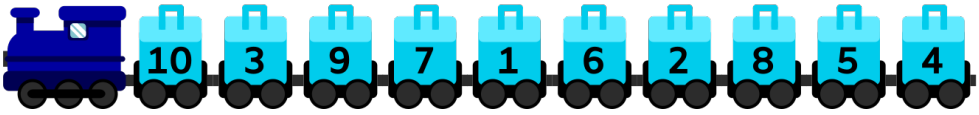
Na primeira volta de descarga, o comboio salta a caixa 4, descarrega a caixa 1, salta a caixa 3 e descarrega a caixa 2.

Na segunda volta, salta a caixa 4 e descarrega a caixa 3.

O comboio tem de voltar para uma terceira volta e descarrega a última caixa, a 4.

Pergunta

Quantas voltas serão necessárias para descarregar todas as caixas do comboio seguinte?



Respostas possíveis

(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8 **(F)** 9 **(G)** 10

1. Descargas (Resolução)

Solução

(D)

Resolução

A ordem necessária para descarregar é 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Se seguirmos o procedimento descrito acima, durante a primeira volta as carruagens 1 e 2 serão descarregadas em conjunto, depois 3 e 4 em conjunto, depois 5, depois 6, depois 7 e 8 em conjunto, depois 9 e finalmente 10. Isto corresponde a 7 voltas.

Em alternativa, pode observar-se o princípio geral de que, para cada número desta sequência 1, 2, ..., se o número seguinte surgir à sua esquerda no comboio, é necessária uma volta adicional. No caso da posição, se o 3 aparecer à esquerda do 2, então o 3 será ignorado para descarregar o 2, pelo que é necessária uma volta extra para colocar o 3 debaixo da grua. No desafio dado, o número de pares que estão fora de ordem é (2,3), (4,5), (5,6), (6,7), (8,9) e (9, 10), pelo que são necessárias 6 voltas extra, num total de 7 voltas.

Isto é Pensamento Computacional!

Para qualquer número da carruagem, se o número maior seguinte estiver à sua esquerda no comboio, chamamos a isto uma *"inversão"*. Para cada inversão, é necessária uma volta extra. Se contarmos o número de inversões, obtemos a resposta.

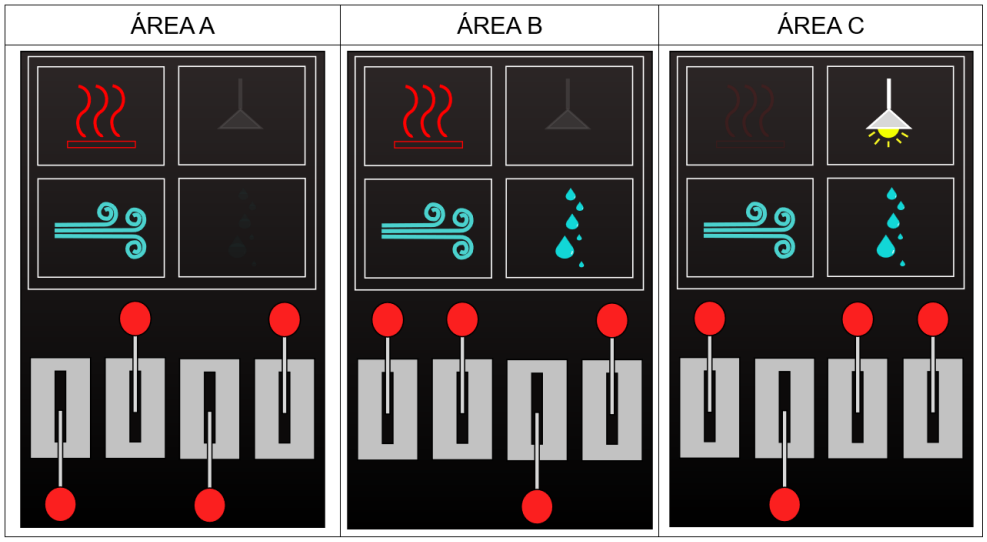
A contagem das inversões em relação a uma sequência desejada tem muitas aplicações. Para alguns algoritmos de ordenação, como o *bubble sort*, o número de inversões indica-nos quantas trocas são necessárias para ordenar uma dada sequência. Se dois clientes classificarem o mesmo conjunto de itens por ordem de preferência, o número de inversões nas suas classificações diz-nos até que ponto os seus gostos estão alinhados. Isto pode ser utilizado por exemplo por lojas *online* para identificar clientes "semelhantes"e fazer recomendações de produtos.

2. Alavancas

A Estação Espacial tem 3 diferentes áreas, todas com o mesmo painel de controlo com 4 alavancas para controlar os sistemas de calor, ventilação, luz e humidade. Todas as alavancas de cada painel funcionam da mesma forma e estão na mesma ordem.

Infelizmente alguém se esqueceu de colocar etiquetas para saber qual alavanca controla qual sistema!

Felizmente, observando as posições atuais das alavancas e o estado de cada sistema, é possível descobrir qual alavanca controla qual sistema:

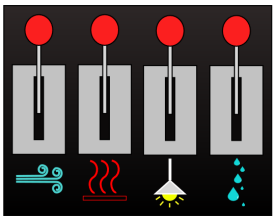


Pergunta

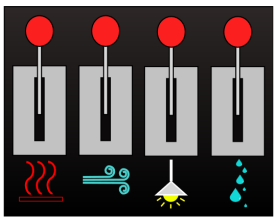
Qual é o sistema (aquecimento, ventilação, luz ou humidade) que está a ser controlado por cada alavanca?

Respostas possíveis

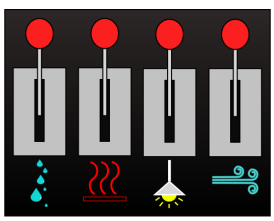
(A)



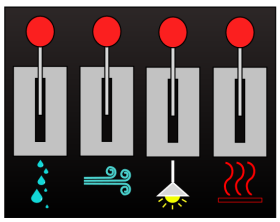
(C)



(B)



(D)



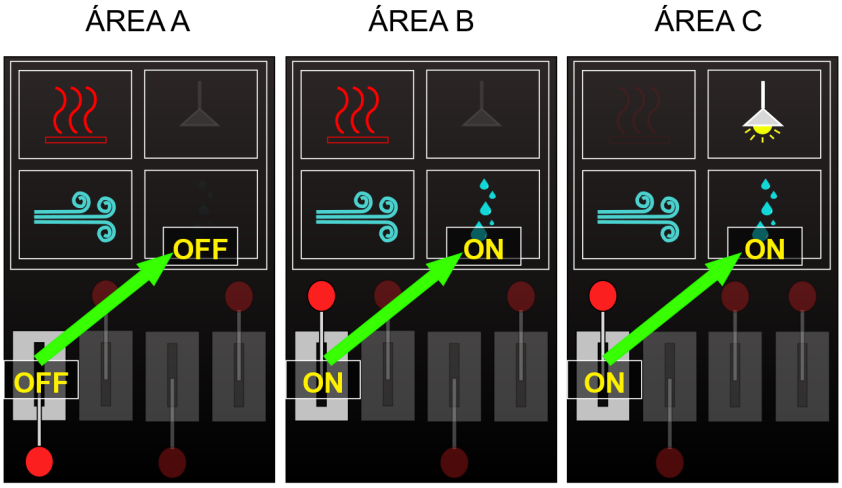
2. Alavancas (Resolução)

Solução

(B)

Resolução

A resposta correcta é a (B) (HUMIDADE / AQUECIMENTO / LUZ / VENTILAÇÃO). A forma mais fácil de detetar a função de cada alavanca é verificar o padrão de alteração de cada alavanca em cada posição e compará-lo com a alteração de cada sistema em todos os painéis. Em primeiro lugar, olhamos para as áreas A e B. As únicas diferenças entre elas são a humidade e a posição da 1ª alavanca. A partir daí, podemos deduzir que a alavanca posicionada para cima liga o sistema correspondente e que a 1ª alavanca controla a humidade.



As áreas A e B têm 2ª alavanca na posição LIGADO, mas está na posição DESLIGADO na área C. O sistema nos estados LIGADO-LIGADO-DESLIGADO é AQUECIMENTO. Portanto, a 2ª alavanca controla o AQUECIMENTO. Como LUZ está LIGADO apenas na àrea C, encontramos a alavanca que está na posição LIGADO apenas na Área C. Deduzimos que a 3ª alavanca controla a LUZ. Portanto, a 4ª alavanca controla a VENTILAÇÃO.

É muito importante avaliar sempre a posição das alavancas em todos os 3 painéis. Se avaliarmos apenas 2 painéis, as respostas erradas podem parecer as correctas por não termos informação suficiente.

A expressão *"funcionam da mesma forma"* ajuda a compreender que as posições LIGADO/DESLIGADO são as mesmas para todas as alavancas. Caso contrário, não é possível determinar o AQUECIMENTO e a LUZ.

Isto é Pensamento Computacional!

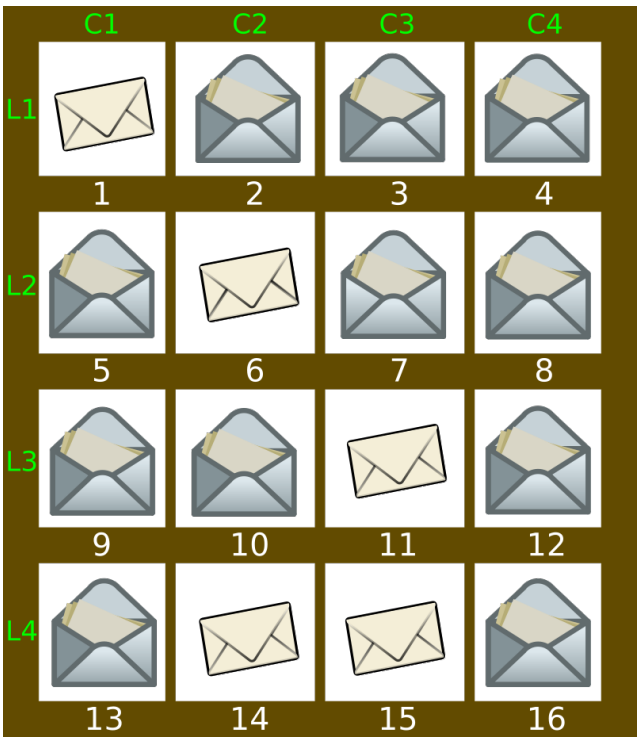
Este problema pode ajudar-nos a ter uma ideia geral dos conceitos de *representação de dados* e *números binários*. Aqui, as posições das alavancas são basicamente binárias, no sentido em que cada alavanca só pode ter 2 posições. Podemos chamar a essas posições CIMA BAIXO, LIGADO e DESLIGADO, ou podemos representar esses estados com números, como, por exemplo, 1 e 0. O estado e os dados recolhidos em dispositivos digitais são representados através de números. Carrega-se num botão e pode aparecer um 0 na memória do dispositivo. Roda-se uma alavanca e um 1 ou um 0 é armazenado algures na memória do dispositivo.

Mesmo quando os dados estão a ser transferidos entre dispositivos, todos estes 0s e 1s continuam presentes sob a forma de impulsos eléctricos. É assim que o seu o seu telemóvel envia comandos para os seus altifalantes sem fiospara colocar a sua música favorita. São todos 1's e 0's sob a forma de electrões ou ondas de rádio, mas que representam todo o tipo de informação rica... como as posições das alavancas numa Estação Espacial!

3. Cartas Fechadas

A República dos Castores mantém um armário cheio de cartas secretas. Entre as 16 cartas desse armário, numeradas de 1 a 16, 10 tinham sido abertas, enquanto as outras 6 ainda estavam seladas dentro dos seus envelopes.

Uma noite, um espião inimigo entrou sorrateiramente e abriu **uma** das cartas seladas. No entanto, esqueceu-se de a selar novamente. Na manhã seguinte, a República dos Castores inicia uma investigação depois de constatar que existem agora 11 cartas abertas, como se pode ver abaixo:



O guarda não se lembra de todos os pormenores, mas tem a certeza de que, **antes** de o espião se ter infiltrado:

- O número de cartas abertas nas colunas C2 e C4 combinadas era par.
- O número de cartas abertas nas colunas C3 e C4 combinadas era par.
- O número de cartas abertas nas linhas L2 e L4 combinadas era par.
- O número de cartas abertas nas linhas L3 e L4 combinadas era par.

Pergunta

Qual das cartas foi aberta pelo espião inimigo?

Respostas possíveis

(A) 5 **(B)** 9 **(C)** 10 **(D)** 13

(E) Não existem informações suficientes para identificar a carta aberta

3. Cartas Fechadas (Resolução)

Solução

(D)

Resolução

A resposta correcta é 13 cartas e podemos seguir esta linha de raciocínio:

1. Há um número par de cartas abertas nas colunas C2 e C4 combinadas, o que corresponde à recordação do guarda. Como só há uma carta aberta pelo espião, isso implica que a carta aberta pelo espião deve estar na coluna C1 ou C3.
2. Há um número par de cartas abertas nas colunas C3 e C4 combinadas, o que corresponde à recordação do guarda. Dada a afirmação anterior, isto implica que a carta aberta pelo espião deve estar na coluna C1.
3. Há um número ímpar de cartas abertas nas linhas L2 e L4 combinadas, o que não corresponde à recordação do guarda. Isto implica que a carta aberta pelo espião deve estar na linha L2 ou L4.
4. Há um número ímpar de cartas abertas nas linhas L3 e L4 combinadas, o que não corresponde à recordação do guarda. Dada a afirmação anterior, isto implica que a carta aberta pelo espião deve estar na linha L4.

Portanto, a carta lida pelo espião está na coluna C1 e na linha L4, o que aponta para (D) 13.

Isto é Pensamento Computacional!

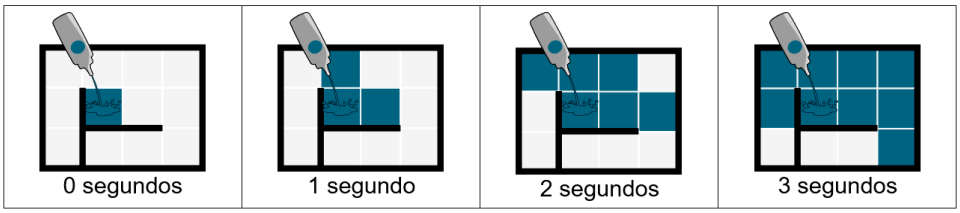
Este desafio introduz o conceito de *códigos de correção de erros*. Os dados digitais são essencialmente uma sequência de *bits*: 1s e 0s. Quando passam por uma rede, podem ser corrompidos devido a ruído ou à ação de entidades maliciosas. Os dados armazenados em DVD também podem ser corrompidos se estes dispositivos de armazenamento forem riscados. Assim, é importante dispor de um esquema capaz não só de detetar a ocorrência de corrupção (*deteção de erros*), mas também de corrigir os *bits* corrompidos (*correção de erros*).

O primeiro código moderno de correção de erros foi introduzido por Richard Hamming em 1950. Este desafio inspira-se especificamente na ideia do *código de Hamming [15,11]*, em que as cartas fechadas e abertas correspondem a 0s e 1s, respetivamente. Este esquema de codificação pega num dado de 11 *bits* e insere 4 *bits* de paridade. Estes *bits* de paridade ocupam os lugares 2, 3, 5 e 9, enquanto os *bits* dos dados originais ocupam os restantes lugares (exceto o lugar 1). Os *bits* de paridade são definidos de modo a que haja um número par de 1s na 2ª e 4ª colunas, 3ª e 4ª colunas, 2ª e 4ª linhas, e 3ª e 4ª linhas. Finalmente, o *bit* no lugar 1 é definido de modo a que haja um número par de 1s no total.

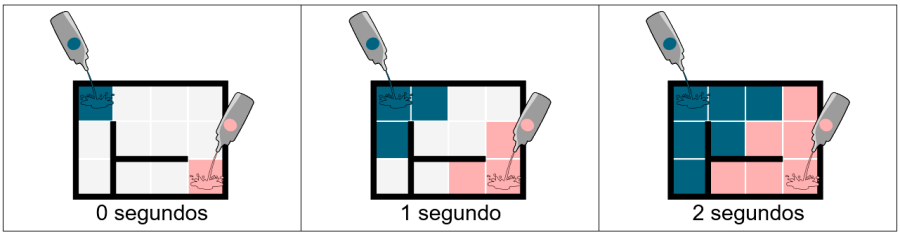
Como se vê na solução apresentada, este esquema permite que o *bit* corrompido seja identificado e posteriormente corrigido, desde que haja no máximo 1 *bit* corrompido. Embora sejam necessários esquemas de correção de erros mais sofisticados para corrigir 2 ou mais *bits* corrompidos, a eficiência do código de Hamming contribui para ainda hoje em dia seja utilizado em sítios como memórias de computador.

4. Aguarela

Quando os castores põem aguarela num labirinto, a cor espalha-se para os quadrados vizinhos a cada segundo. A cor não se espalha através das paredes, como podes ver abaixo.

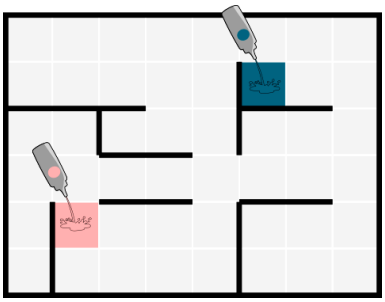


Se os castores puserem mais do que uma aguarela no labirinto, a primeira cor que chegar ao quadrado vai preenchê-lo na totalidade. Quando as cores chegam a um quadrado ao mesmo tempo, o quadrado fica da cor mais escura.



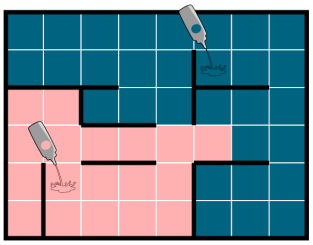
Pergunta

Os castores puseram duas cores no labirinto mostrado na imagem à direita. Qual será o aspeto do labirinto quando todos os quadrados estiverem preenchidos com uma cor?

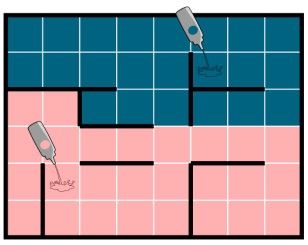


Respostas possíveis

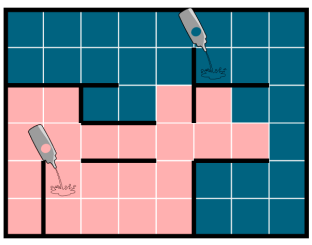
(A)



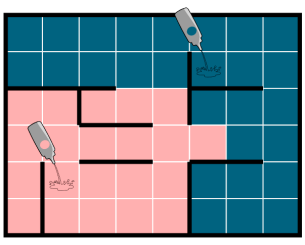
(C)



(B)



(D)



4. Aguarela (Resolução)

Solução

(A)

Resolução

A resposta correta é a (A). A imagem abaixo mostra o estado do labirinto a cada segundo:

Isto é Pensamento Computacional!

A configuração do problema assemelha-se a uma matriz bidimensional, o que basicamente significa uma tabela com linhas e colunas. Esta forma de representar os dados é bastante funcional para simular o estado do labirinto segundo a segundo e resolver o problema.

No entanto, também é possível representá-lo como um *grafo* em que cada quadrado está ligado aos seus vizinhos. Este grafo permite-nos identificar rapidamente que cor chegará a um quadrado sem simular todo o cenário segundo a segundo. Poderia usa-se uma *pesquisa em largura*, que começa numa qualquer nó do grafo e visita todos os nós no nível de profundidade atual antes de passar para os nós no nível de profundidade seguinte. A pesquisa em largura pode ser utilizada para resolver muitos problemas em teoria de grafos.

5. BebrasGPT

O BebrasGPT é um *chatbot* recentemente desenvolvido para produzir frases de três palavras, prevendo a palavra seguinte com base na sequência de palavras anterior. Cada palavra é escolhida uma a uma, sendo que a palavra seguinte é escolhida com base nas probabilidades.

As tabelas abaixo mostram algumas dessas probabilidades.

Probabilidades para a segunda palavra:

	"adoram"	*"odeiam"*
"Gatos"	0,7	0,3
"Castores"	0,6	0,4

Probabilidades para a terceira palavra:

	"nadar"	*"correr"*
"Gatos adoram"	0,2	0,8
"Gatos odeiam"	0,9	0,1
"Castores adoram"	0,7	0,3
"Castores odeiam"	0,1	0,9

Por exemplo, se a frase começa com a palavra *"Gatos"*, a probabilidade de a frase de 3 palavras ser *"Gatos adoram correr"* é de 0,56 porque:

- a probabilidade da segunda palavra ser *"adoram"* se a palavra anterior for *"Gatos"* é de 0,7;
- a probabilidade da palavra seguinte ser *"correr"* se a sequência anterior for *"Gatos adoram"* é de 0,8;
- portanto, como o modelo prevê as palavras uma a uma, a probabilidade é $0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$.

Pergunta

Se uma frase começa com a palavra "Castores", qual é o resultado mais provável do BebrasGPT?

Respostas possíveis

(A) *"Castores odeiam nadar"*

(B) *"Castores odeiam correr"*

(C) *"Castores adoram nadar"*

(D) *"Castores adoram correr"*

5. BebrasGPT (Resolução)

Solução

(C)

Resolução

A resposta correta é a (C): *"Castores adoram nadar"*. As probabilidades de cada frase são as seguintes:

- (A) *"Castores odeiam nadar"*: $0,4 \times 0,1 = 0,04$
- (B) *"Castores odeiam correr"*: $0,4 \times 0,9 = 0,36$
- (C) *"Castores adoram nadar"*: $0,6 \times 0,7 = 0,42$
- (D) *"Castores adoram correr"*: $0,6 \times 0,3 = 0,18$

Isto é Pensamento Computacional!

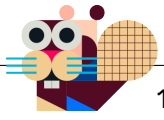
Este exercício envolve um exemplo de um modelo artificial para a modelação da linguagem e a produção de texto. Trata-se de um m*odelo probabilístico*, o que significa que cada saída do modelo se baseia em probabilidades. Há muitos tipos de modelos. Neste caso, o modelo está a produzir uma palavra de cada vez, com base em toda a sequência de palavras anteriores, o que é semelhante a modelos como o ChatGPT. É claro que estes modelos são muito, muito maiores do que o modelo apresentado no problema.

Um aspeto importante relacionado com a *inteligência artificial* e a *aprendizagem automática* é a diferença entre dois tipos de *algoritmos*:

- o algoritmo de aprendizagem;
- e o algoritmo de inferência.

O algoritmo de aprendizagem é utilizado para "treinar"o modelo. Isto corresponde, no nosso exemplo, a encontrar os valores das probabilidades que devem constar da tabela acima. No nosso caso, isto já foi feito. O modelo já está treinado. Normalmente, esta é a parte mais difícil em termos de teoria. Por exemplo, o ChatGPT esteve a treinar durante muitos meses em várias GPUs diferentes, que custaram milhões de euros.

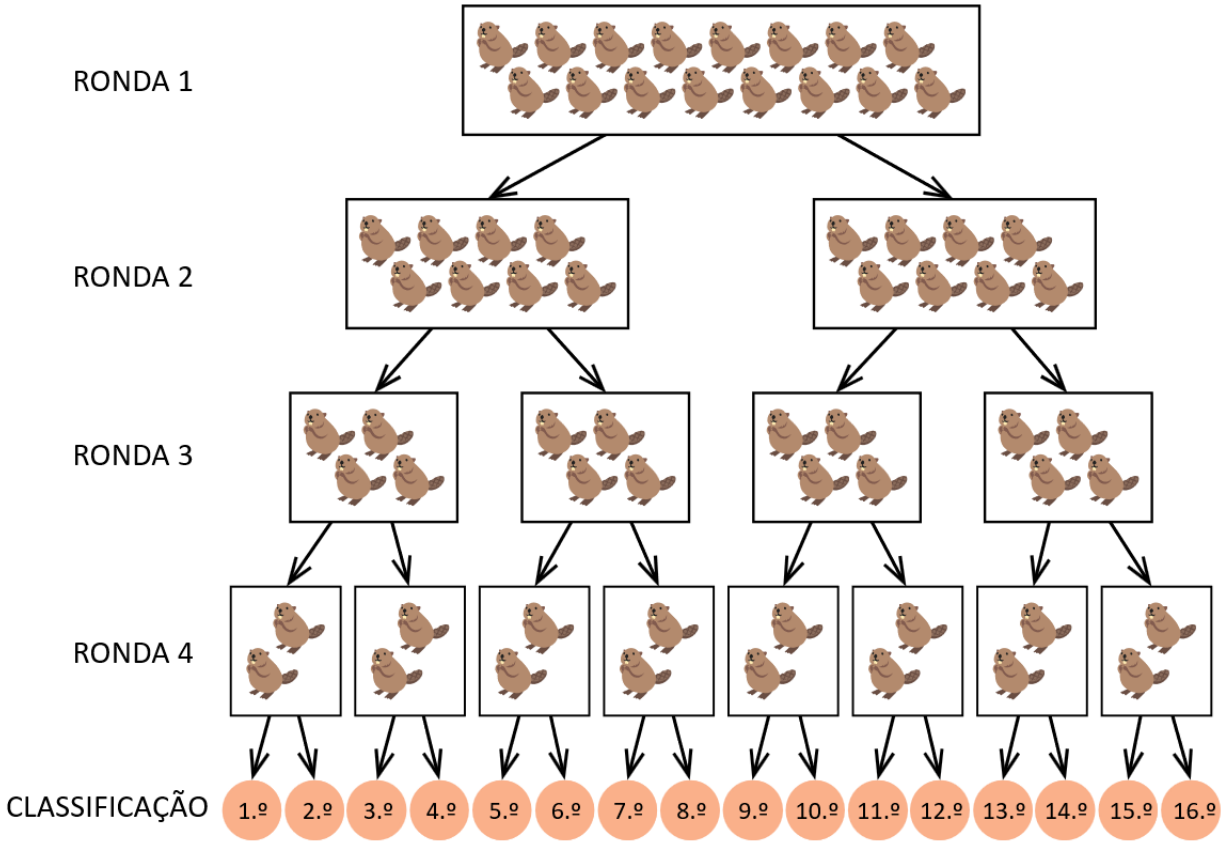
O algoritmo de inferência é o que utilizamos após o treino para produzir o resultado. Por exemplo, quando escrevemos a pergunta *"Olá, ChatGPT. O que é a aprendizagem automática?"*, o modelo pega nessa sequência de palavras e utiliza algo equivalente a uma tabela de probabilidades muito grande para produzir a resposta à pergunta. Apesar de o custo de executar o algoritmo de inferência uma vez ser muito inferior ao do treino, se o modelo for utilizado por milhões de pessoas todos os dias (como o ChatGPT), o custo da inferência é superior ao do treino (que foi um custo único).



6. Bebrasbol

Hoje é o torneio anual de Bebrasbol. Dezasseis jogadores chegaram para competir em quatro rondas, a fim de determinar a sua classificação geral do 1º ao 16º lugar.

Todos os dezasseis jogadores competem juntos na ronda 1, mas depois de cada ronda os jogadores separam-se. Os jogadores vencedores seguem a seta da esquerda para a ronda seguinte da competição (ou classificação final). Os jogadores derrotados seguem a seta da direita para a ronda seguinte da competição (ou para a classificação final).



Por exemplo, um jogador que ganhe durante as rondas 1 e 2, mas perca durante as rondas 3 e 4, fica com uma classificação de 4º lugar.

Pergunta

O Nuno era um jogador do torneio Bebrasbol. Se o Nuno perdeu exatamente uma única ronda (e venceu três), em qual dos seguintes lugares ele **não** *pode ter ficado?*

Resposta

(A) 2º **(B)** 3º **(C)** 5º **(D)** 7º **(E)** 9º

6. Bebrasbol (Resolução)

Solução

(D)

Resolução

Como há quatro rondas e Nuno perdeu exatamente numa ronda, há quatro cenários possíveis:

1. Perdeu na ronda 1 e ganhou em todas as outras. Assim, o Nuno seguiria as setas "direita, esquerda, esquerda, esquerda", o que o levaria ao 9º lugar.
2. Perdeu na ronda 2 e ganhou em todas as outras. Assim, o Nuno seguiria as setas "esquerda, direita, esquerda, esquerda", o que o levaria ao 5º lugar.
3. Perdeu na ronda 3 e ganhou em todas as outras. Assim, o Nuno seguiria as setas "esquerda, esquerda, direita, esquerda", o que o levaria ao 3º lugar.
4. Perdeu na ronda 4 e ganhou em todas as outras. Assim, o Nuno seguiria as setas "esquerda, esquerda, esquerda, direita", o que o levaria ao 2º lugar.

Os cenários descritos anteriormente corespondem respetivamente às hipóteses (E), (C), (B) e (A), pelo que a única hipótese que sobra é a (D), já que o Nuno nunca consegue ficar em 7º lugar (para isso teria de perder em duas rondas).

Isto é Pensamento Computacional!

O diagrama neste problema, que modela o torneio, é um tipo de estrutura chamada *árvore de decisão*. O topo da árvore (ou raíz) é onde o processo de decisão começa. A partir daí, selecionamos um ramo a seguir, dependendo da resposta a uma pergunta de decisão. Neste problema, a pergunta de decisão é "ganhei ou perdi durante a ronda?". A resposta "ganhei"significa que seguimos o ramo esquerdo e a resposta "perdi"significa que seguimos o ramo direito. Quando se esgotam os ramos, dizemos que chegámos às folhas da árvore de decisão. As folhas representam os resultados finais, que neste problema são classificações.

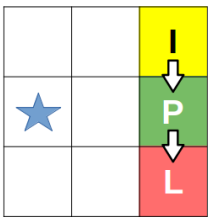
Se alguma vez tentou identificar o número secreto de alguém dando um palpite e fazendo com que a pessoa respondesse com "maior"ou "menor", também utilizou uma árvore de decisão. As árvores de decisão são utilizadas em Ciência de Computadores na Inteligência Artificial, e mais especificamente na Aprendizagem Automática. Por exemplo, quando um programa está a ser concebido para distinguir entre várias imagens, como "cão", "peixe"ou "semáforo", são utilizadas várias características como "forma retangular", "dois olhos"e "barbatanas"como questões de decisão. Com treino repetido, o programa desenvolve características distintivas suficientes para classificar corretamente uma imagem.

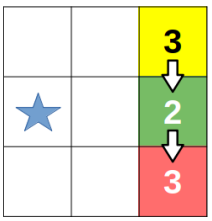
7. Mais Perto ou Mais Longe

O Daniel está a jogar um jogo para descobrir onde está enterrado o tesouro numa grelha de quadrados.

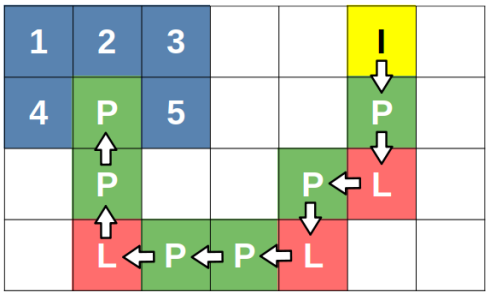
O Daniel começa num quadrado **I**nicial (**I**) e pode mover-se um passo de cada vez apenas no sentido horizontal ou vertical para os quadrados vizinhos. Após cada passo, o Daniel recebe um sinal que indica se está mais **P**erto (**P**) ou mais **L**onge (**L**) do tesouro, sendo que a distância ao tesouro é o número mínimo de passos para lá chegar.

Por exemplo, na grelha 3×3 mostrada abaixo, o tesouro está enterrado debaixo do quadrado marcado com ★. O Daniel dá dois passos em frente, seguindo as setas. As distâncias entre os dois quadrados e o tesouro são mostradas abaixo, à direita. O Daniel recebe os sinais **P** e **L**, respetivamente, após cada passo.





Agora, é dada ao Daniel outra grelha 4×7, onde o seu caminho segue as setas e os sinais obtidos também são comunicados. De seguida, o Daniel recebe uma pista que indica que o tesouro está enterrado num dos cinco quadrados numerados.



Pergunta

Em qual quadrado numerado foi enterrado o tesouro?

Respostas possíveis

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

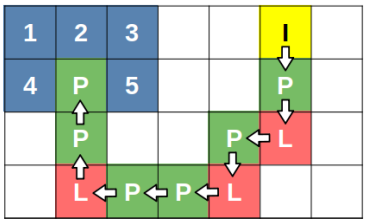
7. Mais Perto ou Mais Longe (Resolução)

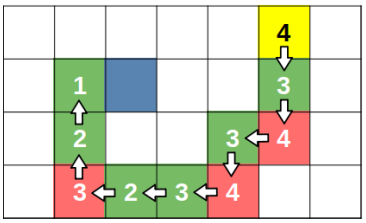
Solução

(E)

Resolução

A resposta correcta é o quadrado 5. Verificamos a exatidão das marcações "P"e "L"no tabuleiro de jogo, escrevendo em cada quadrado a distância ao quadrado 5. Podemos ver que, se a distância ao quadrado 5 aumentou quando nos movemos na direção das setas, a letra "L"é anotada, e se a sua distância ao quadrado 5 diminuiu, então "P"é anotado no quadrado. A sequência de sinais obtida é consistente com o resultado relatado. Assim, sabemos que o tesouro foi colocado no quadrado 5.

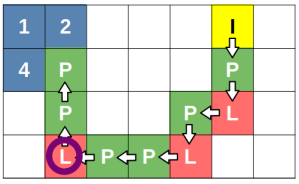




Para as outras possíveis posições do tesouro, encontramos sempre pelo menos uma letra incorrecta.

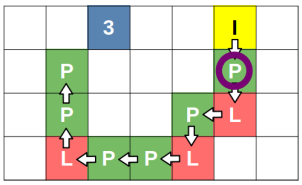
Para o tesouro nos quadrados 1, 2 ou 4:

Se o tesouro estava enterrado num dos quadrados 1, 2 ou 4, então a letra "L"assinalada teria de ser um "P", porque esse quadrado está mais próximo do tesouro (em todas estas três localizações) do que o quadrado de onde veio.



Para o tesouro no quadrado 3:

Se o tesouro estivesse enterrado no quadrado 3, então o quadrado assinalado "L"está incorreto porque esse quadrado está mais longe do tesouro do que o quadrado em que o jogador começou.



Isto é Pensamento Computacional!

A *aprendizagem por reforço* é uma técnica de *aprendizagem automática* que se preocupa com a forma como os agentes inteligentes devem realizar acções num ambiente para maximizar a recompensa cumulativa. Os componentes fundamentais de um sistema de aprendizagem por reforço incluem um agente ou aprendente, o *ambiente* com o qual interage, a política que segue para tomar decisões e o sinal de *recompensa* que recebe depois de realizar as acções. Para avaliar o sinal de recompensa, a função de valor mede a "qualidade"de um determinado estado.

Neste problema específico, a nova localização no tabuleiro de jogo após uma jogada representa o *ambiente*, ao passo que o sinal obtido a partir da distância detectada serve como *sinal de recompensa* (com "P"a indicar uma recompensa positiva e "L"a indicar uma recompensa negativa). O Daniel, que recolhe os sinais de recompensa tomando decisões óptimas para a etapa seguinte, serve de agente. Ele deve considerar a possibilidade de um quadrado conter o tesouro, o que é semelhante à função de valor.

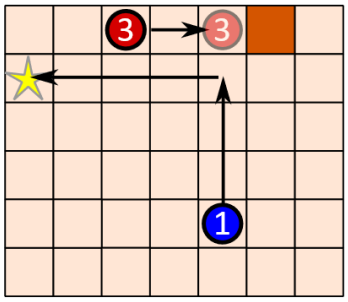
É importante notar que a distância entre os quadrados neste cenário é medida pela *distância de Manhattan* (também designada por métrica do táxi), sendo que o jogador apenas se pode deslocar na horizontal ou na vertical.

8. Robôs de Choque

O objetivo do jogo Robôs de Choque é dar instruções a um robô para que ele se mova da sua posição atual para a estrela. Um obstáculo é definido como um objeto que o robô não consegue atravessar. O jogo tem as seguintes regras:

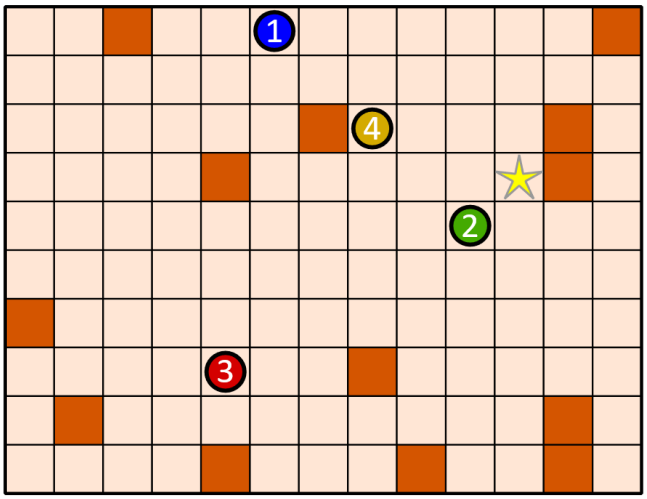
1. Quadrados castanhos no tabuleiro são obstáculos.
2. Outros robôs também são obstáculos.
3. O robô pode ser programado para mover em 4 direções apenas. As direções são cima ( ), baixo ( ), direita ( ) e esquerda ( ).
4. Quando o robô começa a mover-se numa direção, ele não para até atingir um obstáculo ou a borda do tabuleiro.
5. Quando um robô inicia o seu movimento, os restantes robôs esperam até que ele pare.

No exemplo a seguir, o jogador pode mover o robô 1 até à estrela combinando 3 movimentos. O primeiro move o robô 3 para a direita. Isto fará com que ele se mova e pare junto ao obstáculo indicado. De seguida, desloca o robô 1 para cima e aproveita o robô 3 parado. Por fim, desloca o robô 1 para a esquerda.



Pergunta

Dada a situação no tabuleiro representado a seguir, qual é o número mínimo de movimentos necessários para o robô 1 parar na estrela ?



Respostas possíveis

(A) 4 **(B)** 6 **(C)** 7 **(D)** 9

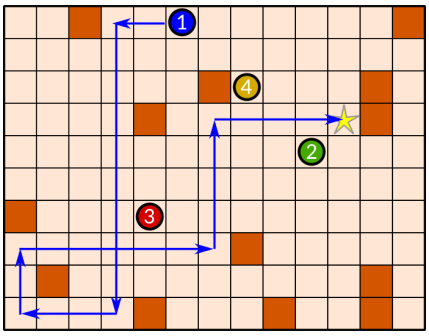
8. Robôs de Choque (Resolução)

Solução

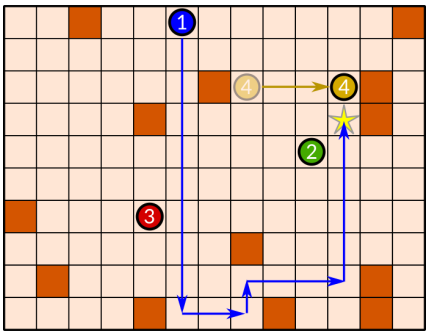
(A)

Resolução

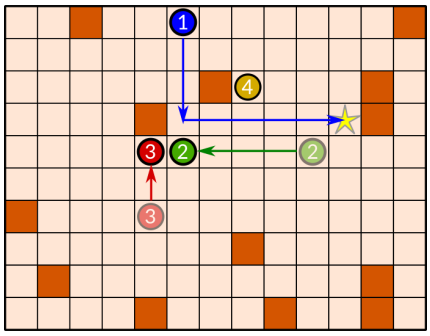
A resposta correta é a (A) com 4 movimentos. Nas imagens explicativas que se seguem, cada movimento dos robôs está assinalado com uma seta. A colaboração dos robôs é importante para resolver este problema e mostramos como podemos melhorar a solução ao colocarmos os robôs a colaborar.



Utilizando apenas o robô 1, a deslocação para a estrela a partir do ponto de partida leva a 7 movimentos no mínimo.



O robô 4 pode ser um obstáculo para o robô 1 após o seu movimento e esta tática conduz a apenas 6 movimentos.

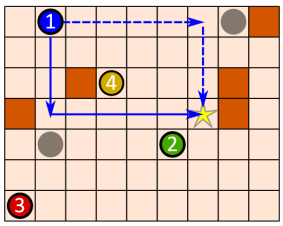


Ao deslocar primeiro o robô 3, este pode ser um obstáculo para o robô 2, que por sua vez pode ficar a ser um obstáculo para o robô 1. Depois, o robô 1 só precisa de fazer mais 2 movimentos.

Como seria possível obter a solução correta?

Se começarmos a pensar nos movimentos possíveis do robô 1, vemos que há demasiadas combinações. Por isso, podemos começar pelo fim, para explorar o último movimento do robô 1. Uma solução possível é que ele venha da esquerda para a estrela (como poderia vir de uma das outras três direções). Para vir da esquerda, é necessário um obstáculo por baixo. Esse quadrado pode potencialmente servir como local adequado para os outros robots pararem. Este processo repete-se nas etapas seguintes até chegarmos à solução.

Porque é que 3 movimentos não são suficientes?



Não há maneira de mover o robô 1 para o quadrado alvo com 1 movimento.

Há duas maneiras a partir de 2 movimentos (ver figura ao lado). Para realizar esse movimento, precisamos de colocar um robô num dos quadrados marcados a cinzento primeiro, para que o robô 1 possa parar o seu movimento, chocando contra ele. Mas não podemos fazer com que nenhum dos outros robôs se mova para um destes dois quadrados cinzentos num só movimento. Portanto, 4 movimentos é o limite inferior da solução.

Isto é Pensamento Computacional!

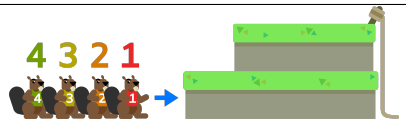
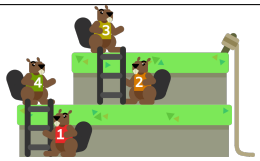
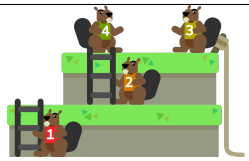
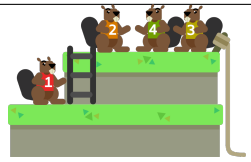
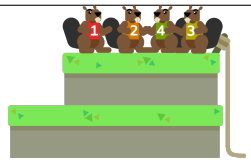
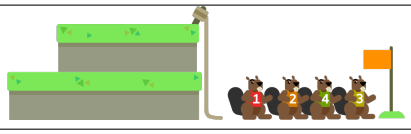
A colaboração é um aspeto essencial em Ciência de Computadores. Sem uma colaboração adequada, os robôs podem correr o risco de se danificarem a si próprios ou de causarem danos às pessoas. Ao desenvolver sistemas de informação que são utilizados por várias pessoas, os programadores devem ter em conta os vários processos que precisam de funcionar em harmonia. Estabelecer a ordem correta, definir funções e implementar uma estrutura hierárquica para utilizadores e componentes do sistema são factores críticos para promover uma colaboração eficiente dentro do sistema.

No entanto, a colaboração de vários robôs pode ser uma tarefa de otimização complexa, sendo que existem várias estratégias possíveis para encontrar soluções de alta qualidade.

9. Subindo as Colinas

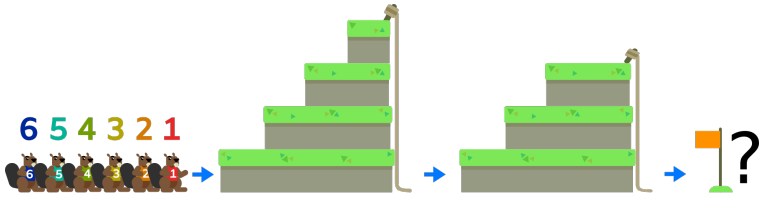
Os castores fazem sempre as suas caminhadas em fila indiana e todos transportam uma escada. Quando chegam a uma degrau da colina, o castor que está à frente segura a sua escada para os outros subirem. Todos os castores que estão a segurar a escada permanecem no seu lugar até que todos os os que não estão a segurar a escada tenham subido até ao topo da colina. Depois, cada castor que estava a segurar uma escada sobe para o nível seguinte usando a sua própria escada. Continuam a subir desta forma até que todos cheguem ao topo. Finalmente, descem com uma corda mantendo a nova ordem.

Por exemplo, se 4 castores chegarem a uma colina com dois degraus na ordem inicial **1234**:

	4 castores chegam à colina na ordem **1234**
	O castor 1 segura a escada para os outros castores
	O castor 2 segura a escada para os outros castores
	Os castores 3 e 4 chegam ao topo da colina
	Os castores 2 e 1 usam as suas escadas para subir 1 nível
	O castor 1 usa a sua escada e chega ao topo da colina
	Os castores descem pela corda mantendo a sua nova ordem **3421**

Pergunta

Seis castores fazem uma caminhada no terreno representado na figura seguinte na ordem inicial **123456**. *Por que ordem é que os castores chegam à bandeira final?*



Resposta

(escreve uma ordem na forma de um número de 6 dígitos na folha de respostas)

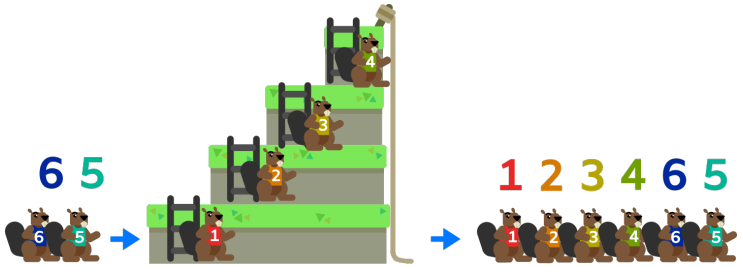
9. Subindo as Colinas (Resolução)

Solução

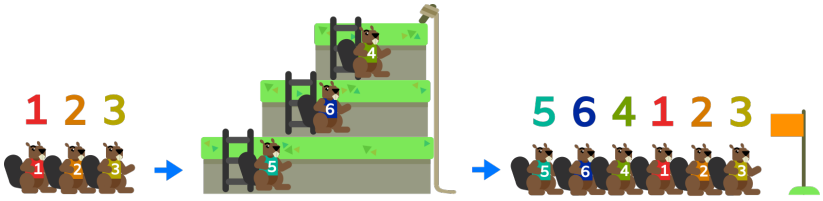
321465

Resolução

Os castores começaram na ordem **123456** e chegam à primeira colina. Os castores 1, 2, 3 e 4 seguram as escadas nos respetivos níveis enquanto os castores 5 e 6 sobem até ao topo por essa ordem. Depois os castores 4, 3, 2 e 1 sobem por esta ordem até estarem todos no topo. A ordem após esta subida é **564321**.



Os castores chegam à segunda colina por esta ordem. Como primeiro castor da fila, o castor 5 sobe a escada no nível 1, o castor 6 no nível 2 e o castor 4 no nível 3, permitindo que os castores 3, 2 e 1 subam ao topo da segunda colina por esta ordem. Depois, 3, 2 e 1 sobem ao topo e a ordem fica **321465**, que é a ordem com que chegam ao final.



Isto é Pensamento Computacional!

A forma como os castores sobem as colinas neste problema reflecte a estrutura de uma *pilha* e de uma *fila* em Ciência de Computadores. Os castores criam escadas empilhando e sobem as colinas numa fila.

A pilha e a fila são dois tipos de estruturas de dados. Armazenar dados numa pilha é exatamente como empilhar objectos na vida real: adicionamos um objeto à pilha colocando-o no topo da pilha, e o único objeto acessível é o que está no topo da pilha. Assim, se retirarmos dados/objectos de uma pilha um a um, o último dado ou objeto colocado na pilha será o primeiro a ser removido. Descrevemos a ordem como último a entrar, primeiro a sair (*LIFO - Last In, First Out*).

Por outro lado, armazenar dados numa fila é exatamente como as pessoas fazem fila para comprar bilhetes: a primeira pessoa na fila será a primeira a obter um bilhete. Por outras palavras, se retirarmos os dados/objectos de uma fila um a um, o primeiro dado ou objeto colocado na fila será o primeiro a sair. Descrevemos a ordem como primeiro a entrar, primeiro a sair (*FIFO - First In, First Out*).

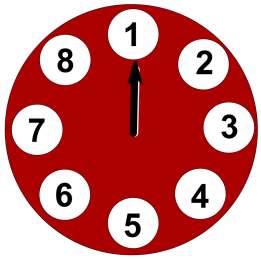
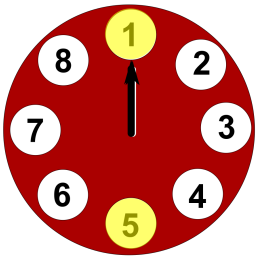
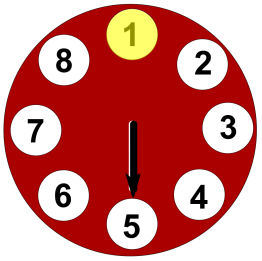
10. Abrir o Cofre

Um castor tem de abrir um cofre acendendo a combinação de números correcta.

Em cada movimento, o castor pode rodar a seta no sentido dos ponteiros do relógio exatamente por 3 ou 4 passos (cada passo avança um número).

A seta modifica a luz do número em que pousa: se a luz do número estava apagada, a luz acende-se; se a luz do número estava acesa, a luz apaga-se.

Por exemplo, isto é o que acontece se o castor fizer 3 movimentos, cada um a rodar 4 passos:

Posição Inicial	Depois do 1º movimento (4 passos)	Depois do 2º movimento (4 passos)	Depois do 3º movimento (4 passos)
			

Pergunta

Para abrir o cofre, o castor precisa de acender **apenas o 7 e o 8** *(nenhum outro número deve ficar aceso).*

Qual é o **número mínimo de movimentos** *que o castor precisa de fazer para acender apenas o 7 e o 8 a partir da posição inicial mostrada acima?*

Respostas possíveis

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

10. Abrir o Cofre (Resolução)

Solução

(B)

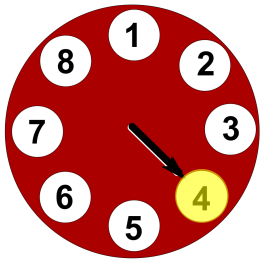
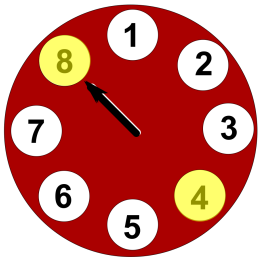
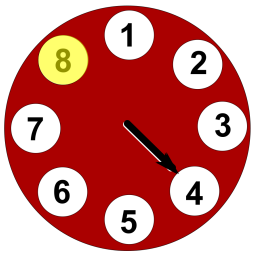
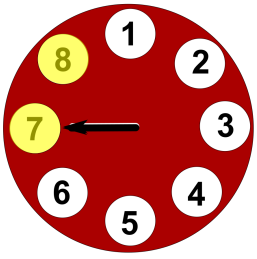
Resolução

A resposta correta é a (B) 4 movimentos.

Uma forma de começar a resolver este problema é perceber que os números 8 e 7 podem ser alcançados fazendo duas jogadas a partir da posição inicial. Para chegar ao 7, deslocamo-lo duas vezes em 3 passos. Para chegar ao 8, movemo-lo uma vez por 4 passos e depois por 3.

Além disso, se estivermos no 8, podemos chegar ao 7 em dois passos, mas não o contrário: chegar ao 8 a partir do 7 exigiria mais passos e complicaria a solução. Isto é uma indicação de que tentar chegar primeiro ao 8 e depois ao 7 parece uma opção promissora, que poderia talvez ser completada em apenas 4 passos. Mas é claro que, com 4 passos, também modificamos o estado dos números intermédios em que aterramos. Assim, para mantermos apenas o 7 e o 8 acesos e nenhum outro número, temos de garantir que aterramos no mesmo número intermediário tanto quando vamos para o 8, como quando depois chegamos ao 7.

Isto funciona se nos movermos da seguinte forma: primeiro, 3 passos (acendemos o 4), depois 4 passos (acendemos o 8), depois 4 passos novamente (apagamos o 4) e, finalmente, mais 3 passos para acender o 7.

Depois do 1º movimento (3 passos)	Depois do 2º movimento (4 passos)	Depois do 3º movimento (4 passos)	Depois do 4º movimento (3 passos)
			

Seria possível fazer uma lista sistemática de todos os possíveis conjuntos de movimentos para perceber que é impossível fazer menos do que 4 movimentos, mas como vimos atrás, precisamos de pelo menos 2 movimentos para chegar ao 7 ou ao 8 e em nenhum deles com apenas mais um movimento conseguimos chegar ao outro número, pelo que podemos deduzir que 4 movimentos é o mínimo possível.

Isto é Pensamento Computacional!

Neste problema, são-nos dadas regras (instruções) que têm de ser repetidas várias vezes. No entanto, não sabemos quantas vezes cada regra instrução tem de ser usada para atingir o objetivo. Uma abordagem é escrever um programa que gera todas as sequências possíveis de movimentos (um total de 4 neste problema) e verificar o resultado para cada caso. Os cientistas de computadores referem-se a isto como uma *pesquisa de força bruta*. No entanto, este método fica impraticável para casos maiore, pois o número de possíveis combinações de movimentos cresce exponencialmente.

Neste caso particular, a abordagem usada foi semelhante a *"tentativa e erro"*, em que tentamos encontrar a solução seguindo iterativamente as regras. É importante notar que num caso geral a primeira solução encontrada por tentativa e erro nem sempre é a solução óptima, mas neste caso conseguimos também mostrar que era impossível fazer melhor.

11. Matrículas de Carros

Em muitos países, os carros têm uma variedade de desenhos e formatos de série para as matrículas. Geralmente, as matrículas utilizam letras do alfabeto inglês (composto por 26 letras) e algarismos.

A castora Isabel está interessado em saber qual dos países fornecidos pode registar o maior número de carros, assumindo que as letras (A-Z) e os algarismos (0-9) estão sempre dispostos da mesma forma que no modelo fornecido.

São permitidas todas as combinações possíveis de letras e dígitos. Especificamente, se um carácter no exemplo for uma letra, pode ser qualquer letra nesse local, e a mesma regra aplica-se se o carácter na matrícula de exemplo for um dígito.

Os códigos de país na parte azul da matrícula não mudam e não são contabilizados.

Pergunta

Em qual dos seguintes países existem mais possíveis matrículas diferentes?

Respostas possíveis

(A) FIN BZM-184 Finlândia

(B) SK BL 976AA Eslováquia

(C) RO BN 08 CTL Roménia

(D) SG 197052 Suíça

(E) UA AK 9265 AK Ucrânia

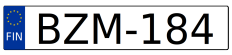
11. Matrículas de Carros (Resolução)

Solução

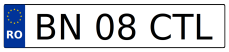
(E)

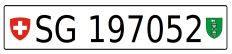
Resolução

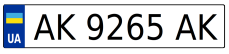
A resposta correta é a (E) Ucrânia
Para encontrar a solução, é necessário contar o número de letras e algarismos, independentemente da sua ordem.
Imaginemos que o alfabeto tinha apenas 3 letras: {A,B,C}. Neste caso uma sequência de duas letras deste alfabeto tinha $3^2 = 9$ possibilidades: AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC. De uma forma mais geral, uma sequência de k elementos deste alfabeto teria 3^k possibilidades.
Podemos aplicar a mesma lógica para as matrículas, sabendo que na realidade existe 26 possibilidades para uma letra (de A a Z) e 10 possíveis algarismos (de 0 a 9). Assim sendo, uma matrícula com k letras e n algarismos terá $26^k \times 10^n$ possibilidades, independentemente da ordem em que as letras e algarismos aparecem.

- (A) 3 letras e 3 algarismos → $26^3 \times 10^3$; 

- (B) 4 letras e 3 algarismos → $26^4 \times 10^3$; 

- (C) 5 letras e 2 algarismos → $26^5 \times 10^2$; 

- (D) 2 letras e 6 algarismos → $26^2 \times 10^6$; 

- (E) 4 letras e 4 algarismos → $26^4 \times 10^4$. 

Usando uma calculadora seria possível calcular os valores exatos de cada uma expressões anteriores. É no entanto possível fazer o problema sem calculadora, pois podemos, por exemplo, dividir números e tomar decisões comparando o resultado com 1. Podemos selecionar dois países com as potências mais semelhantes para comparar.

- (A) vs (B) → (B) é maior porque (B)/(A) = 26 > 1 (a opção (A) é eliminada)
- (B) vs (C) → (C) é maior porque (C)/(B) = 26/10 > 1 (a opção (B) é eliminada)
- (C) vs (E) → (E) é maior porque (E)/(C) = 100/26 > 1 (opção (C) é removida)
- (D) vs (E) → (E) é maior porque E/D = 26^2/100 > 1 (opção (D) é removida)

Isto é Pensamento Computacional!

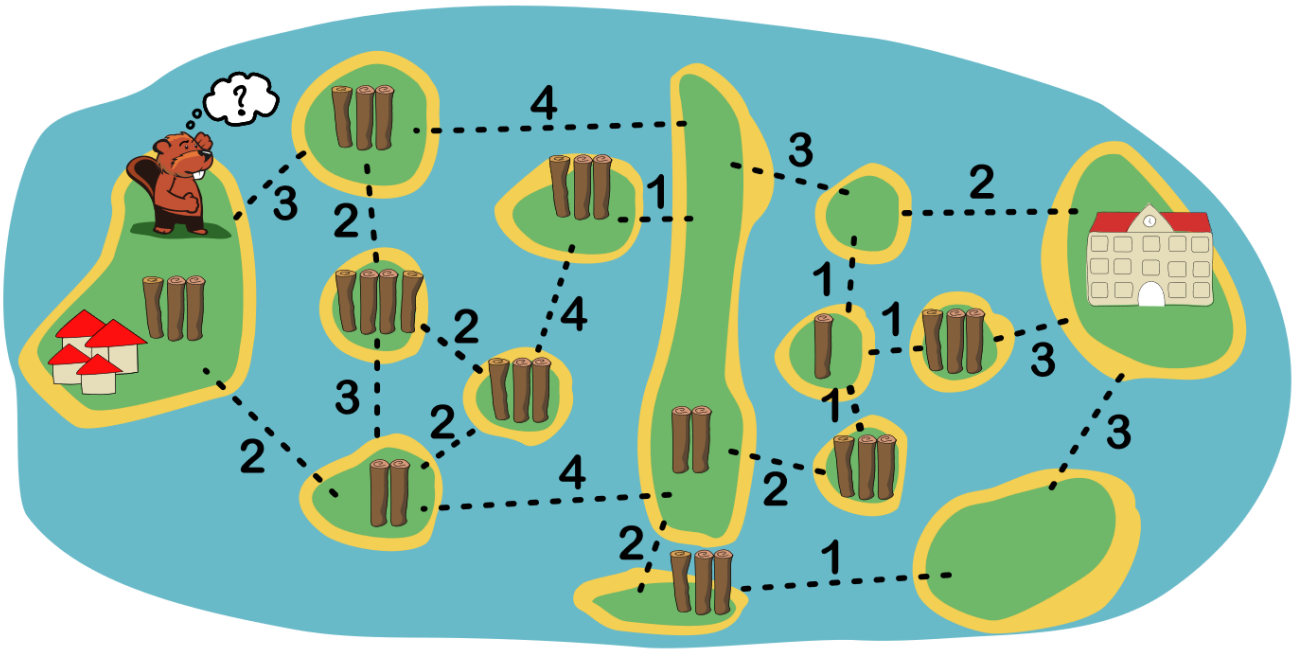
Este problema requer alguns princípios básicos de contagem, que encaixam num ramo da Matemática conhecido como *Análise Combinatória*. Neste caso, contar quantas combinações de matrículas existem.

A mMtemática surge muitas vezes "de mão dada"com a Ciência de Computadores e é frequente as contagens serem importantes em algoritmos e programas. Um exemplo disso é saber até que ponto uma palavra-passe é forte, analisando quantas possíveis combinações de caracteres válidos existem. Se pensarmos que k letras de um alfabeto com n possíveis caracteres induz n^k possibilidades, é por isso que muitas das vezes recebes pedidos como a palavra passe ter pelo menos k caracteres (o que aumenta o expoente) e coisas como ter pelo menos uma letra, um dígito e um caracter especial (o que aumenta n, o tamanho do "alfabeto"possível, e consequentemente a base do expoente).

12. Construção de Pontes

O castor Paulo é um construtor de pontes. A sua próxima tarefa é construir pontes para que os alunos da sua aldeia possam chegar à nova escola.

- Infelizmente, o Paulo não sabe nadar, por isso, primeiro tem de construir uma ponte que possa ser usada para atravessar a água tantas vezes quantas as necessárias;
- Para construir uma ponte, o Paulo precisa de troncos suficientes. Na sua aldeia, ele só pode apanhar 3 troncos para começar. Ele também pode viajar entre quaisquer ilhas ligadas por pontes para apanhar mais troncos. O mapa abaixo mostra quantos troncos são necessários para construir uma ponte em cada possível travessia de água e quantos troncos estão disponíveis em cada ilha;
- Cada tronco só pode ser usado uma vez, mas nem todos os troncos disponíveis têm de ser usados.



Pergunta

Qual é o menor número de troncos que o Paulo precisa de usar em pontes para criar um caminho que os alunos possam usar para ir da aldeia para a escola por terra e por pontes?

Respostas possíveis

(A) 11 **(B)** 12 **(C)** 13 **(D)** 14 **(E)** 17

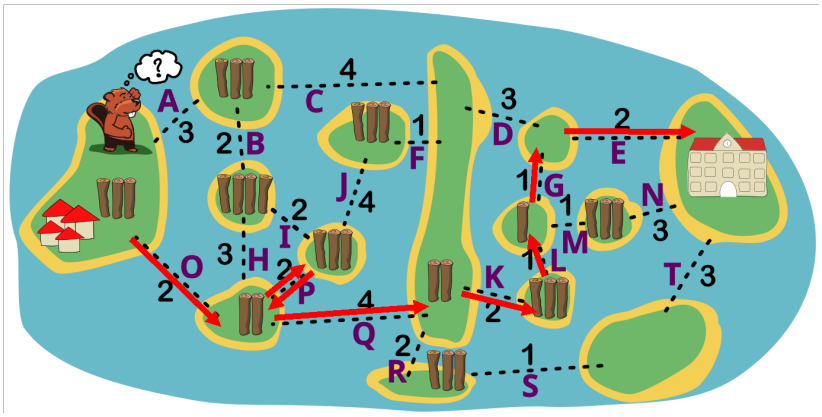
12. Construção de Pontes (Resolução)

Solução

(D)

Resolução

A resposta correta é a (D) com 14 troncos, usando a solução ilustrada na seguinte figura:



Podemos mostrar que o caminho correto é viável (cada etapa tem troncos recolhidos >= troncos usados) registando novamente o número acumulado de troncos (recolhidos, usados) em cada etapa:

$$(3,2) \rightarrow (5,4) \rightarrow (8,4) \rightarrow (8,8) \rightarrow (10,10) \rightarrow (13,11) \rightarrow (14,12) \rightarrow (14,14)$$

Podemos provar que isto é mínimo encontrando todos os caminhos que ligam a aldeia à escola que têm ≤ 14 troncos usados. Note-se que todos os caminhos têm de passar pela grande ilha no meio, pelo que podemos dividir o problema em duas partes. Em segundo lugar, o caminho da aldeia para o centro precisa de pelo menos 6 troncos e o caminho do centro para a escola precisa de pelo menos 5.

Primeiro resolvemos a parte esquerda: procuramos todos os caminhos viáveis que utilizem ≤ 9 troncos (porque qualquer solução para a parte esquerda ≥ 10 utilizaria pelo menos 15 troncos no total). Temos os seguintes caminhos viáveis que se ligam ao centro e usam ≤ 9 troncos, mostrados com troncos (recolhidos,usados):

$$\{A,B,C\} = (10,9), \{O,H,Q\} = (9,9), \{O,P,Q\} = (8,8), \{O,P,J,F\} = (11,9)$$

Resolvemos então o lado direito utilizando um limite inferior de 8 troncos utilizados para o lado esquerdo, pelo que procuramos todos os caminhos que utilizam ≤ 6 troncos:

$$\{D,E\} = (2,5), \{D,G,E\} = (3,6), \{K,L,G,E\} = (6,6), \{R,S,T\} = (5,6)$$

Combinamos agora as soluções para as partes esquerda e direita para encontrar quaisquer pares viáveis que tenham ≤ 14 troncos usados no total e encontramos apenas $\{O,P,Q\} = (8,8) + \{K,L,G,E\} = (6,6) \rightarrow (14,14)$, uma vez que todos os outros pares têm troncos recolhidos $<$ troncos usados.

Isto é Pensamento Computacional!

As ilhas e as pontes potenciais podem ser representadas como nós e arestas de um gráfo. O número de troncos recolhidos em cada ilha e utilizados para construir cada ponte pode ser atribuído aos respetivos nós e arestas. O caminho pode ser representado como uma lista de arestas na ordem em que são construídas. A resolução deste problema em geral pode ser feita utilizando algoritmos de descoberta de caminhos. Uma pesquisa exaustiva de todos os caminhos válidos funcionaria, mas levaria um tempo exponencial em relação ao tamanho do grafo.

Em alternativa, o problema pode ser enquadrado como uma pesquisa guiada de dividir e conquistar, como acontece com a solução de exemplo. Esta abordagem utiliza técnicas de otimização de restrições, como a *consistência de caminhos* e *ramificar e limitar*. Estas técnicas constituem a base de possíveis soluções para alguns dos problemas de alocação de recursos mais difíceis do mundo real, puzzles (como o Sudoku!) e inteligências artificiais que jogam.